

Câu I(1,0 điểm)

1. Cho số phức $z=1+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$

2. Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$$

Câu II(1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2$

Câu III(1,0 điểm) Tìm m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị đó, tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 3$

Câu IV(1,0 điểm). Tính tích phân

$$I = \int_0^1 3x(x + \sqrt{x^2 + 16}) dx$$

Câu V(1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC.

Câu VI(1,0 điểm)

1. Viết phương trình $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0$

2. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của mình lớp. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó.

Câu VII.(1,0 điểm)

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AC, đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và chứng minh $A'B$ vuông góc với $B'C$.

Câu VIII(1,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC, BD và P là giao điểm của hai đường thẳng MN, AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$, M $(0;4)$, N $(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A và B.

Câu IX(1 điểm).Giải phương trình

$$3\log_3^2(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) + 2\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}) \cdot \log_3(9x^2) + \left(1 - \log_{\frac{1}{3}}x\right)^2 = 0$$

Câu X.(1 điểm).Xét các số thực x,y thỏa mãn

$$x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3}) (*)$$

1. Tìm giá trị lớn nhất của x+y
2. Tìm m để $3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2) \leq m$ đúng với mọi x,y thỏa mãn (*)

-----Hết-----